

AQ-110

April-2024

B.Sc., Sem.-II (NEP)**DSC-C-MAT-121T : Mathematics****(Calculus-II)****Time : 2 Hours]****[Max. Marks : 50**

- Instructions :** (1) There are **five** questions.
 (2) Notations and terminologies are standard.
 (3) **All** questions carry equal marks.

1. (A) Express $\frac{3x+4}{x^2-5x+6}$ into partial fractions. 5

(B) Let $y = x^5 \log x$. Find $\frac{d^2y}{dx^2}$ by Urdhva Triyabhyam vertical and crosswise method. 5

OR

1. (A) Evaluate $\int x^2 \sin x \, dx$ by Vedic method. 5

(B) Expand $\frac{1}{1+x^2}$ in powers of x in context of IKS. 5

2. (A) If $u = \phi(H)$ is function of a homogeneous function $H = f(x, y)$ of degree m whose partial derivatives of second order exists, then 5

(1) $x \frac{\partial u}{\partial x} + y \frac{\partial u}{\partial y} = m \frac{F(u)}{F'(u)} F'(u) (\neq 0) = G(u)$ (say)

(2) $x^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + 2xy \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + y^2 \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = G(u)(G'(u) - 1)$

where $H = f(x, y) = F(u)$.

(B) Expand $f(x, y) = e^{ax} \sin$ by in the power of x and y . 5

OR

2. (A) Expand $f(x, y) = x^3 + y^3 - 3xy + 2x - 1$ in powers of $x - 1, y - 1$. 5

(B) Find the radius of curvature of parabola $y^2 = 4ax$. 5

3. (A) Evaluate : $\int_0^{2a} \int_0^{\sqrt{2ax-x^2}} (x^2 + y^2) \, dy \, dx$. 5

(B) Evaluate : $\int_0^a \int_y^a \frac{x}{x^2 + y^2} \, dx \, dy$ by transforming into polar co-ordinates. 5

OR

3. (A) Change the order of the integral $\int_0^2 \int_{3x}^{4x} f \, dy \, dx$. 5

(B) Evaluate : $\iint_S (x^2 + y^2) \, dx \, dy$ where $S = \left[-\frac{1}{2}, 1\right] \times [-x, 1+x]$ 5

4. (A) Let $f : E \subseteq \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ be differentiable at (a, b) , then prove that f is continuous at (a, b) . 5

(B) If $u = x^2 + y^2 + z^2, x = e^t, y = e^t \sin t, z = e^t \cos t$. Find $\frac{du}{dt}$. 5

OR

4. (A) State and prove Young's theorem. 5

(B) Discuss the differentiability of the following functions : 5

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^3 y^3}{(x^2 + y^2)^3} & \text{if } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{if } (x, y) = (0, 0) \end{cases} \text{ at point } (0, 0).$$

5. Attempt any ten : 10

(1) Let $y = \sin x \cos x$. Find $\frac{dy}{dx}$ in context of IKS.

(2) Define Harmonic function.

(3) Let $y = x^2 \cos x$. Find $\frac{dy}{dx}$ in context of IKS.

(4) Define multiple point and double point.

(5) If double point is Cusp, then what is the relation between r, s and t ?

(6) Define conjugate point.

(7) Define homogeneous function with one example.

(8) Find the degree of the homogeneous function $z = \frac{x^{\frac{21}{3}} + x^{\frac{7}{2}} y^{\frac{7}{2}}}{x^5 + y^5}$.

(9) Find the extreme value of $x^2 y^2$ under condition that $x - y = 1$.

(10) State Schwartz theorem.

(11) $\int_0^1 \int_0^2 (x + y) \, dx \, dy = \underline{\hspace{2cm}}$.

(12) Evaluate : $\int \int xy \, dx \, dy$ over the circle $x^2 + y^2 = 1$ in the first quadrant.

AQ-110

April-2024

B.Sc., Sem.-II (NEP)

**DSC-C-MAT-121T : Mathematics
(Calculus-II)**

Time : 2 Hours]

[Max. Marks : 50

સૂચનાઓ : (1) પ્રશ્નપત્રમાં પાંચ પ્રશ્નો છે.

(2) સંજ્ઞાઓ અને પારિભાષિક શબ્દો પ્રમાણિત છે.

(3) બધા પ્રશ્નો સરખા ગુણ ધરાવે છે.

1. (A) $\frac{3x+4}{x^2-5x+6}$ ને આંશિક અપૂર્ણાંકના સ્વરૂપમાં દર્શાવો. 5(B) ધારો કે $y = x^5 \log x$. ઉર્ધ્વ તિર્યભમ વર્ટિકલ અને કોસવાઈઝ પદ્ધતિની મદદથી $\frac{d^2y}{dx^2}$ મેળવો. 5

અથવા

1. (A) વૈદિક રીતથી સંકલિત મેળવો : $\int x^2 \sin x \, dx$. 5(B) $\frac{1}{1+x^2}$ વિધેયનું IKSના સંદર્ભમાં x ની ધાતમાં વિસ્તરણ કરો. 52. (A) જેમના દ્વિતીય આંશિક વિકલિતો અસ્તિત્વ ધરાવે તેવા m ધાતીય સમપરિમાણીય વિધેય $H = f(x, y)$ નું વિધેય $u = \phi(H)$ હોય તો સાબિત કરો કે, 5

(1) $x \frac{\partial u}{\partial x} + y \frac{\partial u}{\partial y} = m \frac{F(u)}{F'(u)}$ $F'(u) (\neq 0) = G(u)$ (say)

(2) $x^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + 2xy \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + y^2 \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = G(u)(G'(u) - 1)$

જ્યાં $H = f(x, y) = F(u)$.(B) વિધેય $f(x, y) = e^{ax} \sin by$ નું x અને y ની ધાતમાં વિસ્તરણ કરો. 5

અથવા

2. (A) વિધેય $f(x, y) = x^3 + y^3 - 3xy + 2x - 1$ નું $x - 1, y - 1$ ની ધાતમાં વિસ્તરણ કરો. 5(B) પરવલય $y^2 = 4ax$ ની વક્રતા ત્રિજ્યા શોધો. 53. (A) સંકલિત મેળવો : $\int_0^{2a} \int_0^{\sqrt{2ax-x^2}} (x^2 + y^2) \, dy \, dx$. 5(B) ધ્રુવીય યામ પદ્ધતિમાં પરિવર્તન દ્વારા : $\int_0^a \int_0^a \frac{x}{x^2 + y^2} \, dx \, dy$ નું સંકલિત મેળવો. 5

અથવા

3. (A) સંકલિતનો ક્રમ બદલો : $\int_0^2 \int_{3x}^{4x} f \, dy \, dx$. 5

(B) સંકલિત મેળવો : $\iint_S (x^2 + y) \, dx \, dy$ જ્યાં $S = \left[-\frac{1}{2}, 1\right] \times [-x, 1 + x]$ 5

4. (A) ધારો કે વિધેય $f : E \subseteq \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ બિંદુ (a, b) આગળ વિકલનીય છે તો સાબિત કરો કે વિધેય f એ બિંદુ (a, b) આગળ સતત છે. 5

(B) ધારો કે $u = x^2 + y^2 + z^2$, $x = e^t$, $y = e^t \sin t$, $z = e^t \cos t$. $\frac{du}{dt}$ મેળવો. 5

અથવા

4. (A) ચંગનું પ્રમેય લખો અને સાબિત કરો. 5

(B) આપેલ વિધેયો વિકલનીય છે તે ચકાસો : 5

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^3 y^3}{(x^2 + y^2)^3} & \text{જો } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{જો } (x, y) = (0, 0) \end{cases} \text{ બિંદુ } (0, 0) \text{ પાસે}$$

5. કોઈપણ દસના ઉત્તર આપો : 10

(1) ધારો કે $y = \sin x \cos x$. IKSના સંદર્ભમાં $\frac{dy}{dx}$ મેળવો.

(2) હાર્મોનિક વિધેયની વ્યાખ્યા આપો.

(3) ધારો કે $y = x^2 \cos x$. IKSના સંદર્ભમાં $\frac{dy}{dx}$ મેળવો.

(4) બહુવિધ બિંદુ અને દ્વિબિંદુની વ્યાખ્યા આપો.

(5) જો આપેલ દ્વિબિંદુ નિશ્ચિત હોય તો r , s અને t વચ્ચે શું સંબંધ હોય ?

(6) કોન્જ્યુગેટ બિંદુની વ્યાખ્યા આપો.

(7) સમપરિમાણીય વિધેયની વ્યાખ્યા આપી એક ઉદાહરણ આપો.

(8) આપેલ સમપરિમાણીય વિધેય $z = \frac{x^{\frac{21}{3}} + x^{\frac{7}{2}} y^{\frac{7}{2}}}{x^5 + y^5}$ ની ઘાત શોધો.

(9) $x^2 y^2$ નું સ્થાનીય સ્થિર મૂલ્ય $x - y = 1$ શરત નીચે શોધો.

(10) સ્કવાર્ટ્ઝનાં પ્રમેયનું વિધાન લખો.

(11) $\int_0^1 \int_0^2 (x + y) \, dx \, dy = \underline{\hspace{2cm}}$.

(12) સંકલિત મેળવો : $\int \int xy \, dx \, dy$ વર્તુળ $x^2 + y^2 = 1$ થી ઘેરાયેલ પ્રથમ ચરણ માટે.